

Examenul de bacalaureat național**Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică****Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Test 1

SUBIECTUL I		(30 puncte)
5p	1) Arătați că $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 = 1$	
5p	2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x$. Determinați numărul real a știind că $f(a-x) = f(a+x)$ pentru orice număr real x .	
5p	3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{10^x} + \sqrt{10^{-x}} = \frac{11}{10}$.	
5p	4) Determinați numărul funcțiilor injective $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{2, 3, 5, 6\}$ cu proprietatea $f(a) = 2$	
5p	5) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, 3)$ și $B(4, -1)$. Determinați raza cercului înscris în triunghiul AOB .	
5p	6) Calculați $\cos a$ știind că $\operatorname{tg} \frac{a}{2} = \frac{1}{3}, a \in (0, \pi)$.	
SUBIECTUL al II-lea		(30 puncte)
	1) Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.	
5p	a) Arătați că $\det(A(a)) = -(a-1)(a-2)$, pentru orice număr real a .	
5p	b) Determinați $X \in M_3(\mathbb{R})$, știind că $A(0)X = A(2022)$.	
5p	c) Calculați $\frac{1}{\det(A(3))} + \frac{1}{\det(A(4))} + \dots + \frac{1}{\det(A(2022))}$.	
	2) Pe mulțimea $G = (0, \infty) \setminus \{1\}$ se definește legea de compoziție $x \circ y = e^{\ln x \ln y}$.	
5p	a) Arătați că legea de compoziție „ \circ ” este asociativă.	
5p	b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție.	
5p	c) Determinați $x \in G$, știind că $x = x'$, unde x' este simetricul elementului lui x în raport cu legea de compoziție.	
SUBIECTUL al III-lea		(30 puncte)
	1) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \arctg x$.	
5p	a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$, pentru orice x număr real.	
5p	b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$, la graficul funcției f .	
5p	c) Arătați că tangenta la graficul funcției f în punctul de inflexiune este paralelă cu dreapta de ecuație $2x - y + 2022 = 0$.	

	2) Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2 + 4}$
5p	a) Arătați că $\int_0^2 \frac{f(x)}{\ln(x+1)} dx = \frac{\pi}{8}$
5p	b) Calculați $\int_0^{e-1} (x^3 + 4x)f(x) dx$.
5p	c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x}$.