

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Test 1

SUBIECTUL I		(30 puncte)
5p	1) Calculați $x \cdot y$, știind că numerele x și y verifică egalitățile $2^x = 5$ și $5^y = 2$.	
5p	2) Determinați a 2020-a zecimală a numărului $\frac{6}{7}$.	
5p	3) Determinați inversa funcției bijectivă $f : [1;5] \rightarrow [5;9]$, $f(x) = x + 4$.	
5p	4) Scrieți termenul din mijloc al dezvoltării binomului $(x + \frac{1}{x})^8$.	
5p	5) În reperul cartezian xOy , se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(4,3)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului AB .	
5p	6) Calculați $\cos \alpha$ știind că $\alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$ și $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$.	
SUBIECTUL al II-lea		(30 puncte)
	1) Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & 2 \\ 2 & x+1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$.	
5p	a) Rezolvați în \mathbb{R} inecuația $\det A(x) \leq 0$.	
5p	b) Calculați $A^2(x) - 2(x+1)A(x) + (x-1)(x+3)I_2$.	
5p	c) Pentru $x=1$ calculați A^n , $n \in \mathbb{N}^*$.	
	2) Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 8x - 8y + 72$.	
5p	a) Calculați $1 * 2$.	
5p	b) Arătați că $x * y = (x-8)(y-8) + 8$, pentru orice numere reale x și y .	
5p	c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2020$.	
SUBIECTUL al III-lea		(30 puncte)
	1) Se consideră funcția $f : (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \ln x$.	
5p	a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 2$	
5p	b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f .	
5p	c) Demonstrați că funcția f este concavă pe $(0; \infty)$.	
	2) Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.	
5p	a) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.	
5p	b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \int_0^x f(t) dt$.	
5p	c) Calculați $\int_0^1 x^2 \cdot f(x) dx$.	